

Zaštitno kodiranje signala

Laboratorijska vježba 7

SP

*Hammingovi kôdovi: (7, 4)-2. dio te
Meggittov dekodeer za Hammingove
kodove (15, 11) i (31, 26)*

Student:

prezime	Ime	mat. broj
	Laboratorij	Datum

Sadržaj:

7.	HAMMINGOVI KODOVI: (7, 4)-2. DIO TE MEGGITTOV DEKODER ZA	
	HAMMINGOVE KODOVE (15, 11) I (31, 26)	1
7.1.	7.1. Hammingov (15, 11) kod i (31, 26) Hammingov kod	1
7.1.1.	7.1.1. HAMMINGOVI KODOVI	1
7.1.1.1.	7.1.1.1. Hammingov kod	1
7.1.1.2.	7.1.1.2. Primjeri zadatka	3
7.2.	7.2. LAB - Provjera Hammingova pariteta	6
7.2.1.	7.2.1. SVRHA	6
7.2.2.	7.2.2. POSTUPAK	6
7.2.3.	MEGGITTOV DEKODER.....	8
7.2.3.1.	7.11.2.1. Pitanja	9

7. HAMMINGOVI KODOVI: (7, 4)-2. DIO TE MEGGITTTOV DEKODER ZA HAMMINGOVE KODOVE (15, 11) I (31, 26)

Koristiti:

1. "Upute za rad simulacijskim alatom Logisim 2.7.1." (Moodle)
2. "Simulacijski primjeri" (Moodle)

Priprema za vježbu

Iz skripte "*Zaštitno kodiranje signala*" pročitati poglavlja:

Sazdano od:

Napomena: Cjelovit opis vježbe nalazi se na: [MOODLE](#)

7.1. 7.1. Hammingov (15, 11) kod i (31, 26) Hammingov kod

7.1.1. 7.1.1. HAMMINGOVI KODOVI

7.1.1.1. 7.1.1.1. Hammingov kod

Richard Hamming radio je u Bell Labs i 1947. osmislio je način, ne samo kako otkriti da se prenesena riječ nije promijenila, već koji se točno bit te riječi promijenio pomoću preplitanja paritetnih bitova u riječi. Hamming je najprije definirao "udaljenost" između bilo kojih dviju riječi kao broj bitova u kojima se razlikuju te dvije riječi. Kao primjer, dva binarna broja 1010 i 1010 imaju međusobnu udaljenost 0, jer ne postoje bitovi što se razlikuju. Na isti način, 1010 i 1011 imaju udaljenosti 1, jer je jedan bit drugačiji. U čast njegova rada, ovaj koncept zove se *Hammingova udaljenost*.

Hamming je odlučio postaviti bitove na mjesta potencija dvaju paritetnih bitova, dok su sve ostalo podaci. Dakle, paritetni bitovi su bitovi 1, 2, 4, 8, 16, 32, itd. Osim toga, svaki paritetan bit postavlja se ili se ne postavlja na temelji skupine podataka bitova koji se preklapaju. Oblikovalo se tako, da svaki podatkovni bit obuhvaća barem dva različita paritetna bita. Razmotrite tablicu 1:

Tablica 1: Provjera Hammingova pariteta

položaj	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
	2^0	2^1		2^2				2^3								2^4
namjena	P1	P2	d1	P4	d2	d3	d4	P8	d5	d6	d7	d8	d9	d10	d11	P16
drugi način oznake	p_0	p_1	a	p_2	b	c	d	p_3	e	f	g	h	i	j	k	p_4
(1) pokriva P1 (p_0)	X		X		X		X		X		X		X		X	
(2) pokriva P2 (p_1)		X	X			X	X			X	X			X	X	
(3) pokriva P4 (p_2)				X	X	X	X					X	X	X	X	
(4) pokriva P8 (p_3)								X	X	X	X	X	X	X	X	
(5) pokriva P16 (p_4)																X

NAPOMENA: Za potrebe rada Hammingovim kodovima, bitovi se obično broje s lijeva u desno, počevši od 1, a ne od 0. To je različito od računanja bitova binarnih brojeva, što se broje s desna u lijevo, a počinju se brojati od 0. Ovakav način, Hammingove kodove čini razumljivijima.

U sustavu koji koristi Hammingove kodove, bitovi 1, 2, 4, 8, 16, ..., *paritetni* su *bitovi*, a svi ostali su *podatkovni bitovi*. Lako je zapamtiti paritetne položaje bitova, jer su potencije broja dva. Budući da su neki od bitova paritetni bitovi umjesto bitova podataka, sustav koji koristi Hammingove kodove može sadržavati samo 11 bitova podataka u riječi od 16 bitova. To znatno ograničava sustav, tako da dizajner može promijeniti širinu sabirnice na 24 bita pa će za podatke ostati raspoloživo 16 bitova.

Kao primjer Hammingova koda, zamislite ovaj binaran broj od 11 bitova potreban za prijenos: 011 0110 1001 u sustavu koji koristi paran (*even*) paritet. Imajte na umu da se prvi položaj u ovome binarnome broju smatra "d1", iako je to najznačajniji bit broja. Ovaj broj može se smjestiti na položaje podatkovnih bitova u Hammingovoj tablici:

Položaj	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
namjena	P1	P2	d1	P4	d2	d3	d4	P8	d5	d6	d7	d8	d9	d10	d11	P16
			0		1	1	0		1	1	0	1	0	0	1	

Bit P1

Bit broj jedan, "P1", služi za generiranje parnoga pariteta podatkovnih bitova na mjestima 3, 5, 7, 9, 11, 13 i 15 (vidi tablicu 1).

Sljedeća tablica pokazuje bitove koji će se razmotriti za P1 (u ćelijama s oznakom "X") pa postaje jasno da bit P1 mora biti 1, zbog parnosti pariteta preostalih bitova.

Položaj	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
namjena	P1	P2	d1	P4	d2	d3	d4	P8	d5	d6	d7	d8	d9	d10	d11	P16
pokriva P1	X		X		X		X		X		X		X		X	
P1	1		0		1	1	0		1	1	0	1	0	0	1	

Bit P2

Bit broj dva, "P2", služi za generiranje parnoga pariteta za podatkovne bitove na položajima 3, 6, 7, 10, 11, 14 i 15 (vidi tablicu 1).

Sljedeća tablica pokazuje bitove što će se razmotriti za P2 (za ćelije s oznakom "X") pa postaje jasno da bit P2 mora biti 1, zbog parnosti pariteta ostalih bitova.

Položaj	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
namjena	P1	P2	d1	P4	d2	d3	d4	P8	d5	d6	d7	d8	d9	d10	d11	P16
pokriva P2		X	X		X	X		X	X		X	X		X	X	
P2	1	1	0		1	1	0		1	1	0	1	0	0	1	

Bit P4

Bit broj četiri, "P4", oblikuje se za generiranje parnoga pariteta podatkovnih bitova na položajima 5, 6, 7, 12, 13, 14 i 15 (vidi tablicu 1).

Sljedeća tablica pokazuje bitove što će se razmotriti za P4 (ćelije s oznakom "X") pa postaje jasno da bit P4 mora biti 0, zbog parnoga pariteta ostalih bitova.

Položaj	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
namjena	P1	P2	d1	P4	d2	d3	d4	P8	d5	d6	d7	d8	d9	d10	d11	P16
pokriva P4				X	X	X	X					X	X	X	X	
P4	1	1	0	0	1	1	0		1	1	0	1	0	0	1	

Bit P8

Bit broj osam, "P8", oblikovan za generiranje parnoga pariteta za podatkovne bitove na položajima 9, 10, 11, 12, 13, 14 i 15 (vidi tablicu 1).

Sljedeća tablica pokazuje bitove koji će se razmotriti za P8 (ćelije s oznakom "X") pa postaje jasno da bit P8 mora biti 0, zbog parnosti pariteta ostalih bitova.

Položaj	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
namjena	P1	P2	d1	P4	d2	d3	d4	P8	d5	d6	d7	d8	d9	d10	d11	P16
pokriva P8								X	X	X	X	X	X	X	X	
	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	

Bit P16

Bit 16, "P16", normalno je bit provjere pariteta za bitove *desno* od njega. Budući da je on posljednji bit u skupu od 16 bitova, onda bi trebao biti 0 (a ako je 1 trebao bi se imati neparan paritet za taj jedan bit).

Položaj	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
namjena	P1	P2	d1	P4	d2	d3	d4	P8	d5	d6	d7	d8	d9	d10	d11	P16
pokriva P16								X	X	X	X	X	X	X	X	X
	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0

Konačna riječ od 16 bitova, uključujući Hammingove kodove, a koja nastaje iz informacijske riječi [01101101001], je: **1100 1100 1101 0010** Hammingovi kodovi mogu ispraviti pogreške koje imaju udaljenost od samo 1 bita (tj., samo jedan bit smije biti pogrešan); ali mogu se otkriti pogreške što su udaljene 2 bita. Ipak, lako je povećati otkrivanje na udaljenost od 3 bita. U gornjemu primjeru, bit 16 normalno bi se koristio kao paritetan bit za bitove 17-31; Međutim, budući da je ta riječ široka samo 16 bitova, onda paritetan bit 16 nije potreban. To znači da bit 16 ostaje *neiskorišten*. Ako se on ipak primijeni za pokazati jednostavan paran paritet ostalih 15 bitova, onda sustav pouzdano može otkriti pogreške koje su na *udaljenost* od 3 bita.

Kada se primi skup bitova, paritetni bitovi mogu se lako izvući te provjeriti ostale bitove. U stvari, **integrirani krugovi za otkrivanje i ispravak pogrešaka EDIC (Error Detection and Correction)** lako su dostupni da učine upravo taj posao. Kao primjer, zamislite da se promijenio bit 14 (u gornjoj riječi treći bit u posljednjoj skupini od četiri bita): 1100 1100 1101 **0110**. Uz neispravan bit broj 14, paritetni bitovi 2, 4 i 8 neće biti u redu, zajedno s bitom 16. Zbrajanjem $2 + 4 + 8 = 14$ (Hammingovi paritetni bitovi), za bit broj 14 utvrđuje se da je neispravan pa ga se mora ispraviti (tj. zamijeniti njegovim komplementom).

Ako pogreška utječe samo na jedan Hammingov bit, onda je pogreška samo u paritetnome bitu pa će podaci biti točni. Kao primjer, razmotrite još jednu varijaciju gornjega broja: 1100 1101 **1** 1101 0010. Bit broj 8, P8, promijenio se iz 0 u 1. Sada je paritet za skupinu P8 neispravan, ali nije niti za jednu od preostalih skupina bitova. Dakle, bit P8 neispravan je pa ga se mora promijeniti iz 1 u 0.

Za korištenje 16. bita, zamislite da su se u izvornoj riječi promijenila dva bita, bit 3 i bit 5: 11**10** **0**100 1101 0010. Hammingovi paritetni bitovi 1, 2 i 4 nisu u redu, ali zbrajanjem tih brojeva zajedno, pokazuje da je bit 7 neispravan, što nije točno. Korištenjem ukupnoga paritetnoga bita (bit 16) može nam pomoći u ovome slučaju, jer ukazuje radi li se o parnome ili neparnome broju pogrešnih bitova. Sljedeća tablica pomaže u tumačenju broja s Hammingovim paritetnim bitovima i ukupnim paritetnim bitom:

Hammingovi paritetni bitovi	Ukupan paritetan bit	Tumačenje
Netočni	Netočan	Pojavio se 1 pogrešan bit. Njegov položaj naznačuje zbroj Hammingovih bitova.
Netočni	Točan	Pojavila su se 2 pogrešna bita i to se ne može ispraviti.
Točni	Netočan	Pogreška ukupnoga paritetnoga bita.
Točni	Točan	Nema pogrešaka u riječi.

Kao zanimljiva napomena, ako su tri bita neispravna, Hammingovi paritetni bitovi pokazat će pogrešku, ali ukupan paritetan bit je točan te je isti kao i za pogrešku jednoga bita. To je razlog zašto je sustav ograničen na otkrivanju pogrešaka od 2 bita. Taj sustav zove se *ispravak jednostruke i prepoznavanje dvostruke pogreške SECDED (Single Error Correction, Double Error Detection)*, a obično se koristi u memorijskim sustavima.

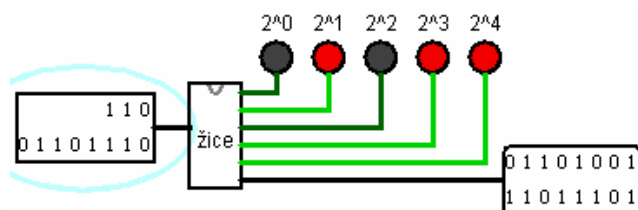
7.1.1.2. 7.1.1.2. Primjeri zadataka

Evo nekoliko ulaznih brojeva od 11 bitova i odgovarajućih izlaza od 16 bitova koji uključuju Hammingov paritet i ukupan paritet u bitu broj 16.

Ulaz od 11 bitova	Izlaz od 16 bitova (uz ukupan Hammingov paritet)	
111 1101 0101	1111 1110 1010 1010 (1)	Jedinica (1) je na kraju, ako se koristi P16
100 1011 0111	1010 0011 0110 1110 (1)	
110 1001 0001	1011 1010 0010 0010 (1)	
111 1011 0011	1111 1110 0110 0110 (1)	
111 1110 0000	0011 1110 1100 0001	

Ulaz od 11 bitova	Izlaz od 16 bitova (uz ukupan Hammingov paritet)	
101 1110 1110	0111 0111 1101 1101	
110 0001 1110	0110 1000 0011 1101	
110 0011 1001	0011 1000 0111 0011	

Sljedeća slika prikazuje Hammingov (15, 11) koder:



Slika 7.1: Hammingov paritet (Hammingov paritet.circ)

Brojanje na razdjelniku (u pod-krugu "žice") obrnuto je zbog unosa broja na neprirodan način (s desna u lijevo): gornji red (3 znamenke), donji red (8 znamenaka). Brojanje na razdjelniku je obrnuto zbog čitanja broja: gornji red pa donji red. Dakle, redoslijed broja na ulazu i izlazu iz sklopa, jednak je redoslijedu brojeva u prethodnoj tablici.

Pri kodiranju, uzme se 11 informacijskih bitova, unese u koder i kodira se. Dobije se kod(ira)na riječ od 15 bitova (dakle informacijski niz (11 bitova) uvećan za paritetne bitove prema Hammingovome rasporedu (ukupno 15 bitova) u tablici 1.

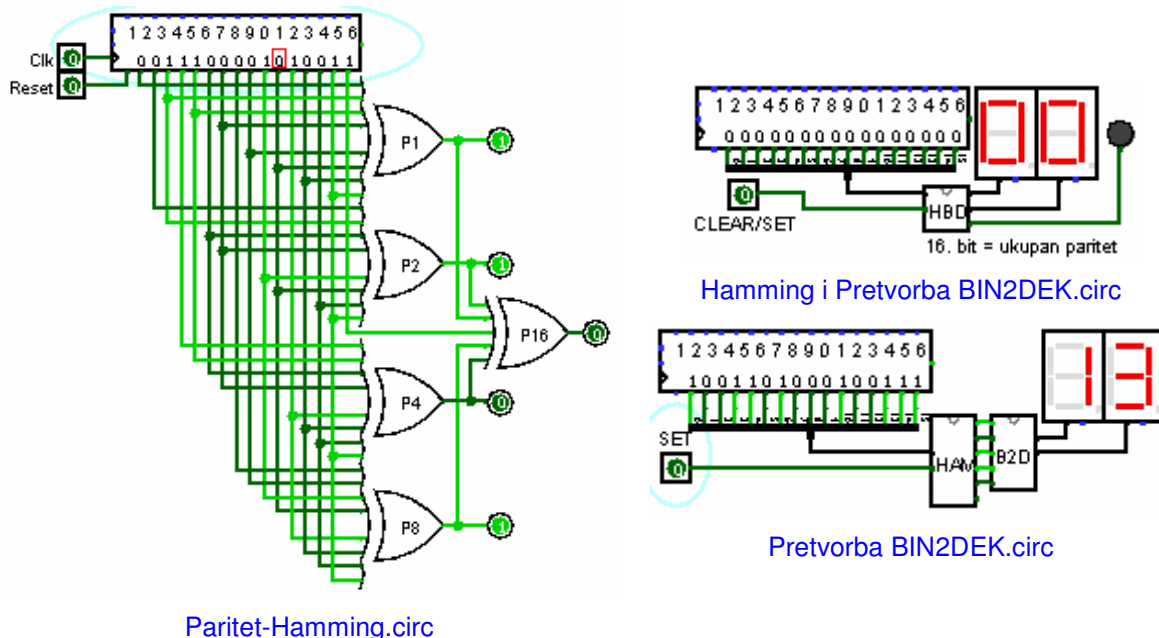
Sljedeći brojevi od 16 bitova imaju dvije pogreške. Pronađite ih:

Brojevi od 16 bitova (s Hammingovim paritetom)	Neispravni bitovi
1001 1101 1100 1110	
0001 1111 1100 0111	
1000 0101 0100 1100	
0000 1111 1110 0001	

Evo nekoliko brojeva od 16 bitova koji uključuju Hammingov paritet. U svakome od primjera, jedan bit je neispravan. Pronađite ga.

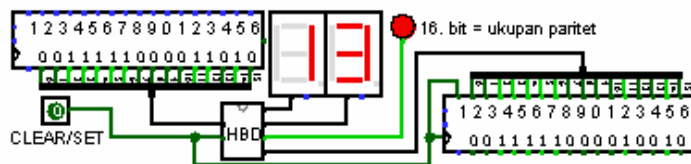
Student	Brojevi od 16 bitova (s Hammingovim paritetom)	Neispravni bit(ovi)
	0111 1110 1010 1010	
	1110 0011 0110 1110	
	1001 1010 0010 0010	
	1011 1001 1011 0110	
	0011 0110 1100 0001	
	0111 0011 1101 1101	
	0110 0100 0001 1110	
	0110 0110 0011 0010	
	1011 1111 1010 0110	
	0110 1000 0111 1101	
	0011 1000 0101 0011	
	1110 0000 0000 1111	
	0011 1110 0001 1010	
	1111 1110 0110 0011	
	1111 1110 0110 0101	
	0011 0110 1100 0001	
	0110 0100 0001 1110	
	1111 1110 0110 0011	
	1011 1111 1010 0110	

Sljedeći krug dekodira, na prethodno opisan način kodirane informacijske bitove i u koliko među njima postoji jednostruka pogreška, otkriva je i pokazuje njezin položaj u kodnome nizu.



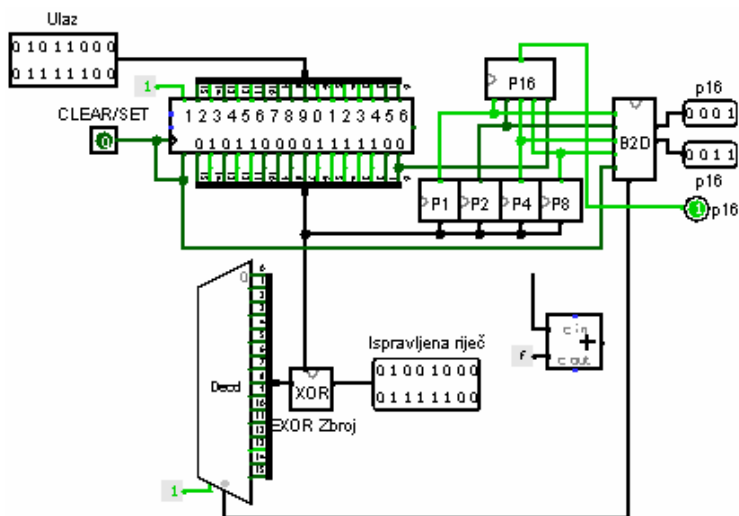
Slika 7.2: Otkrivanje pogreške i njezina položaja

Sljedeći korak je ispravak označenoga bita tako da mu se preokrene sadržaj. (treba napraviti takav sklop i odgovarajući C++ kod), a sve skupa (koder i dekode uz program i ispravak, predstavlja cjelovitu laboratorijsku vježbu!). Za ispravak se iskoristi Logisim sklopovi: "Decoder" i "Adder" za 16 bitova (shema je prikazana u Hamming i Pretvorba BIN2DEK.circ (u pod-krugovima: "HAM+D2D", "ISPRAVAK" i "Carry Out Bit"), sljedeća slika prikazuje ispravljen dekodiran niz:

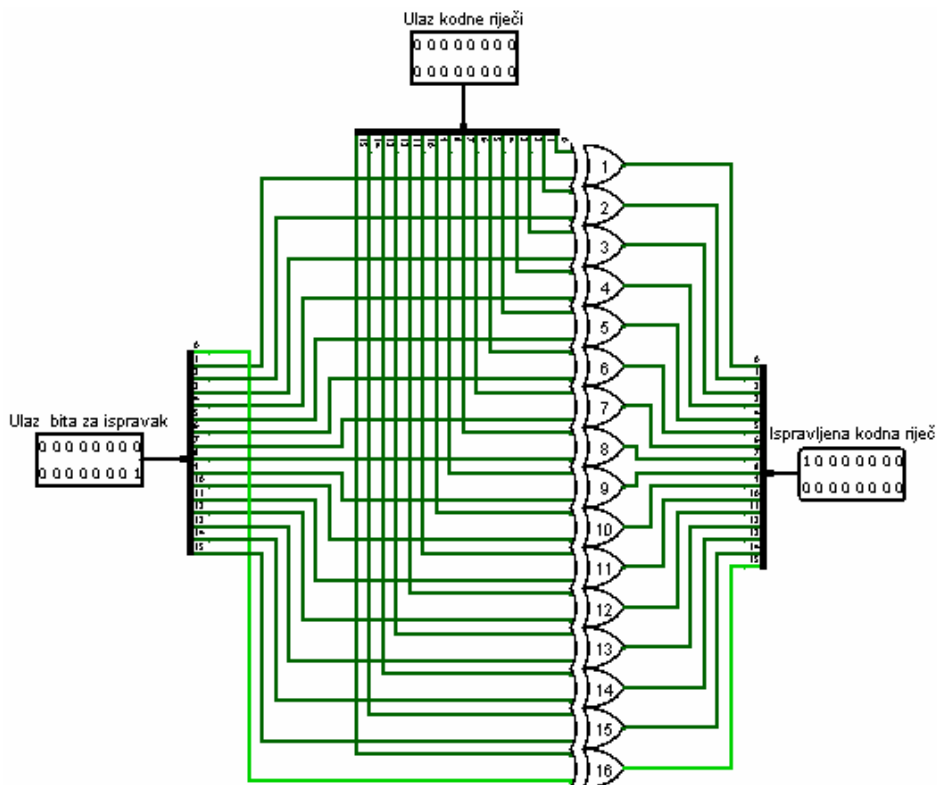


Slika 7.3: Krug za otkrivanje i ispravak jednostrukih pogrešaka Hamming i Pretvorba BIN2DEK.circ

Napomena: Ispravljena jednostruka pogreška u binarnome kodiranome nizu prikazuje se u desnome posmičnom registru. Brojevi pripadnoga razdjelnika u obrnutome su redoslijedu od razdjelnika na lijevoj strani da bi oba niza: neispravan (1 pogreška) na lijevoj strani i ispravljen niz (na desnoj strani), imala binarne znamenke niza u jednakome redoslijedu. Isti učinak postiže se ako se u Hamming i Pretvorba BIN2DEK.circ (u pod-krugu: "HAM+D2D") postavi (sada je isključen) dvostruki razdjelnik s međusobno obrnutim redoslijedom znamenaka na priključcima.



Slika 7.4: Inačica kruga Hamming i Pretvorba BIN2DEK.circ



Slika 7.5: Raščlanjen krug za ispravak jednostrukih pogrešaka

7.2. 7.2. LAB - Provjera Hammingova pariteta

7.2.1. 7.2.1. SVRHA

U ovoj vježbi u krug se unosi 16 bitova što uključuje i Hammingove paritetne bitove. Krug provjerava ulazni vektor, a zatim na izlazu daje nulu, ako su svi bitovi ispravni, odnosno daje redni broj bita, ako bit nije ispravan.

7.2.2. 7.2.2. POSTUPAK

Ovo oblikovanje kruga uglavnom je prepušteno studentu. Međutim, slijedeći krug je uključen kao naputak za jedan od načina kako nastaviti. Ovaj krug ima 11 ulaznih bitova i isprepletene paritetne bitove po potrebi za stvoriti broj od 16 bitova s Hammingovim paritetom. Također, **ukupan paritetan bit (bit 16) računa se i pridružuje Hammingovome kodu.**

Za vježbu, čini se da je dobra ideja napuniti 16 ulaznih bitova podataka u njihov odgovarajući sklop za provjeru pariteta, a zatim napuniti izlaz svakoga sklopa paritetne provjere prema jednome ulazu XOR vrata koja imaju paritetan bit od izvornoga ulaznoga broja napunjenoga kroz druga ulazna vrata. Ako su, paritet što ga se generira i trenutni paritet različiti, onda će izlaz XOR vrata biti u visokoj razini i može se iskoristiti kao pomoć za pokazati položaj neispravnoga bita.

Algoritam:

Provjeri ulaznu riječ koristeći Hammingov paritet:

Ako je bit neispravan, pokaži njegov broj (0 znači sve je u redu)

Ukupna pogreška pariteta + Hammingov pogreška

Naznačuje pogrešku jednoga bita

Ispravan ukupan paritet + Hammingova pogreška

naznačuje pogrešku 2 bita

Unesite riječ od 16 bitova s Hammingovim paritetom.

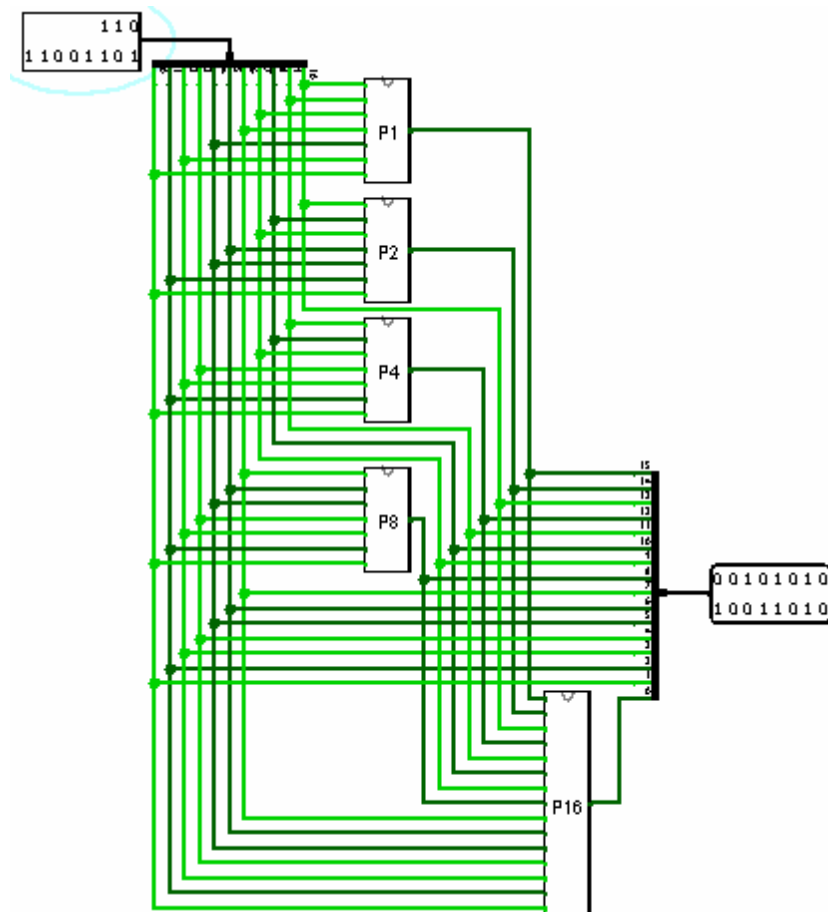
Uzorak bitova je:

P1-P2-D1-P4-D2-D3-D4-P8-D5-D6-D7-D8-D9-D10-D11-P16

Pogreška ukupnoga pariteta

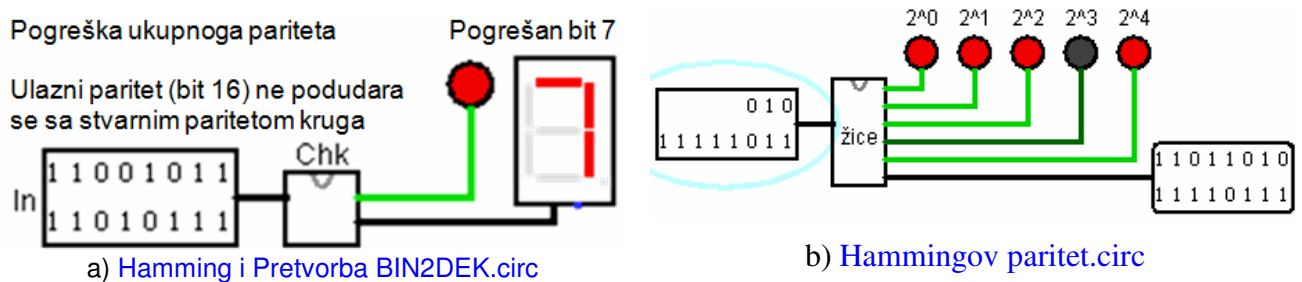
Ulazni paritet (bit 16) ne podudara se sa stvarnim paritetom kruga

Pogrešan bit 7



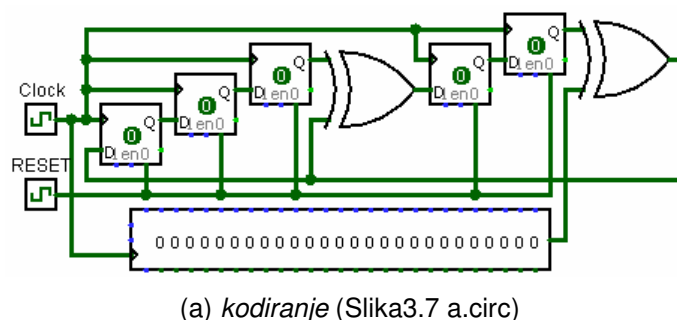
Slika 7.6: Stvaranje Hammingova paritetnoga koda

Donja slika 7.7 prikazuje Hammingovu provjeru pariteta u radu. Bit 7 je neispravan u ulaznome broju od 16 bitova i za ispravak broja treba uzeti njegov komplement. Stvarna provjera pariteta odvija se u pod-krugu pod nazivom "Chk".

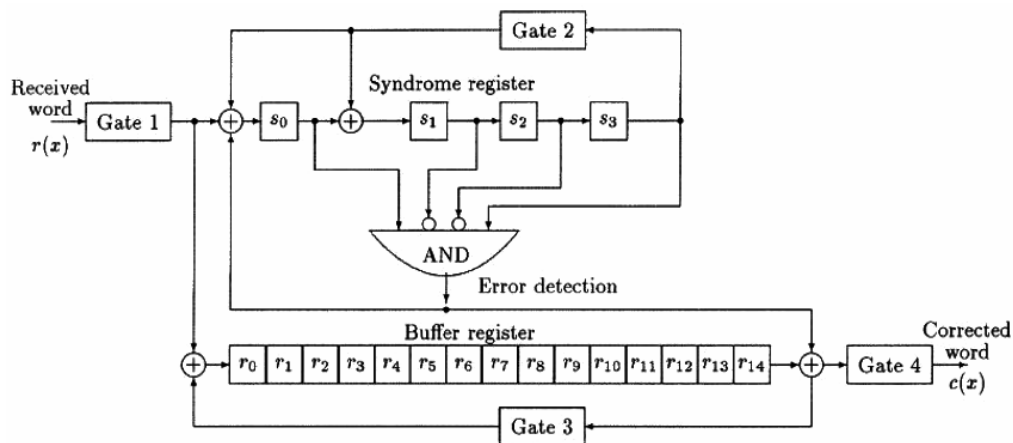


Slika 7.7 : Provjera Hammingova pariteta

Slika 7.8 prikazuje koder, slika 7.9 dekode (31, 26) koda, na temelju kruga na slici 7.7b.



Slika 7.8: Koder Hammingova (31, 26) koda



Slika 7.10: Blok dijagram dekodera za (15, 11, 1) deko

7.2.3.1. 7.11.2.1. Pitanja

1. Koliko pogrešaka može ispraviti Hammingov (15, 11) kod i zašto?

.....

.....

.....

.....

2. Kako su raspoređeni informacijski i paritetni bitovi u kodnoj riječi Hammingova (15, 11) koda?

.....

.....

.....

.....

3. Za što se može iskoristiti bit rednoga broja 16 u kodnoj riječi Hammingova (15, 11) koda?

.....

.....

.....

.....

4. Moraju li sklopovi koda i dekodera Hammingovih kodova, koristiti LFSR maksimalne dužine i zašto?

.....

.....

.....

.....

5. Mora li se koristiti bit rednoga broja 32 u Hammingovome (31, 26) kodu i zašto?

.....

.....

.....

.....

6. Napišite 5 kodnih riječi dobivenih koderom Hammingova (15, 11) koda! Napomena: Očekujem da svaki student ima 5 **različitih** kodnih riječi!

7. Napišite 5 kodnih riječi dobivenih koderom Hammingova (31, 26) koda! Napomena: Očekujem da svaki student ima 5 *različitih* kodnih riječi!

8. Koja su 2 osnovna postupka u zaštiti cjelovitosti prijenosa informacijskih bitova preko kanala sa šumom?

9. Koja se 2 osnovna postupka primjenjuju na prijemnoj strani kanala u dekoderu?

10. Koliko pogrešaka može ispraviti Hammingov (31, 26) kod i zašto?

11. U kodnoj riječi Hammingova (31, 26) sustavnoga koda, na kojim mjestima su smješteni paritetni bitovi?

12. Kako izgledaju paritetne jednačbe p_0 , p_1 , p_2 , p_3 i p_4 Hammingova (31, 26) sustavnoga koda?

13. Koliko paritetnih bitova ima Hammingov (31, 26) kod i na kojim mjestima su smješteni?

14. Koliko se kodnih riječi može napraviti Hammingovim (31, 26) kodom?

15. Koliko informacijskih bitova ima Hammingov (31, 26) kod?

16. Što je to Hammingova udaljenost i kolika je ona za dva binarna broja [1011011] i [0110001]?

17. Napišite paritetne jednadžbe Hammingova (15, 11) koda!

18. Zašto se paritetni bitovi Hammingova koda stavljaju na 1., 2. i 4. mjesto (tablica 1)?